

MONTHLY PROBLEMS 每月難題

(May 2023) (2023年5月)

初中組 (JUNIOR SECONDARY SECTION)

設 x 是小於 10 的正整數，而 y 和 z 是一位小數且 $y \leq z$ 。
假如 $xyz = x + y + z = 6.6$ ，求 x 、 y 和 z 。

Let x be a positive integer less than 10. Let y and z be positive numbers with one decimal digit and $y \leq z$.

If $xyz = x + y + z = 6.6$, find x, y and z .

高中組 (SENIOR SECONDARY SECTION)

設函數 f 和 g 具備以下性質：

1. 對所有實數 x ， $[g(x)]^2 - [f(x)]^2 = 1$ ，
2. 對所有實數 x 和 y ， $f(x+y) = f(x)g(y) + f(y)g(x)$
3. 對所有實數 x 和 y ， $g(x+y) = f(x)f(y) + g(y)g(x)$

已知 $f(a) = 1$ ，求 $f\left(\frac{a}{2}\right)$ 。

Let f and g be two functions with the following properties:

1. For any real number x ， $[g(x)]^2 - [f(x)]^2 = 1$
2. For any real numbers x and y ， $f(x+y) = f(x)g(y) + f(y)g(x)$.
3. For any real numbers x and y ， $g(x+y) = f(x)f(y) + g(y)g(x)$

Given that $f(a) = 1$ ，Find $f\left(\frac{a}{2}\right)$.